

I-175

B.Sc. (Part-I) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each unit. All questions carry equal marks.

इकाई-I

UNIT-I

Q. 1. (a) माना f तथा g दो फलन हैं, तब सिद्ध करें :

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x).g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x). \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

I-175

P.T.O.

I-175

(2)

Let f and g be two functions, then prove that :

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x).g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x). \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

(b) $\sin^2 x \cdot \sin 2x$ का n वाँ अवकलन ज्ञात कीजिए।

Find the n^{th} differential coefficients of $\sin^2 x \cdot \sin 2x$.

(c) यदि $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$, तब सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

If $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$, then prove that $x^2 y_{n+2}$

$$+ (2n + 1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

(3)

इकाई-II

UNIT-II

Q. 2. (a) निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$(x + y)^2 (x + 2y + 2) = x + 9y + 2$$

Find the asymptotes of the following curves :

$$(x + y)^2 (x + 2y + 2) = x + 9y + 2$$

(b) वक्र $r(\theta^2 - 1) = a\theta^2$ के नति-परिवर्तन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

Find the points of inflexion of the curve

$$r(\theta^2 - 1) = a\theta^2.$$

(c) $r = a(1 + \cos\theta)$ (हृदयाभ) का अनुरेखण कीजिये।

Trace the curve $r = a(1 + \cos\theta)$ [cardioid].

I-175

P.T.O.

(4)

इकाई-III

UNIT-III

Q. 3. (a) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \sin^4\theta d\theta$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \sin^4\theta d\theta$$

(b) $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$

(c) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को उसके दीर्घ-अक्ष (x-अक्ष)

के परितः घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिये।

I-175

(5)

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about major axis (x-axis).

इकाई-IV

UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिये : $\cos(x + y)dy = dx$

Solve : $\cos(x + y)dy = dx$

(b) अवकल समीकरण $xp^2 - 4yp + 4x = 0$ का व्यापक

हल तथा विचित्र हल ज्ञात कीजिए।

Find the general and singular solution of the differential equation $xp^2 - 4yp + 4x = 0$.

(c) हल कीजिए : $(D^2 + 1)y = \sin x \cdot \sin 2x$

Solve : $(D^2 + 1)y = \sin x \cdot \sin 2x$

(6)

इकाई-V

UNIT-V

Q. 5. (a) स्वतंत्र चर x को z में परिवर्तित करते हुए निम्नांकित

अवकल समीकरण को हल कीजिए जहाँ

$$z = 2 \log \tan \frac{x}{2}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

Transform independent variable x into z in differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

and find its solution where $z = 2 \log \tan \frac{x}{2}$

(b) प्राचल विसरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 4e^{-x} \log x.$$

(7)

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 4e^{-x} \log x.$$

(c) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y^2 + yz + z^2} = \frac{dy}{z^2 + zx + x^2} = \frac{dz}{x^2 + xy + y^2}$$

Solve

$$\frac{dx}{y^2 + yz + z^2} = \frac{dy}{z^2 + zx + x^2} = \frac{dz}{x^2 + xy + y^2}$$

